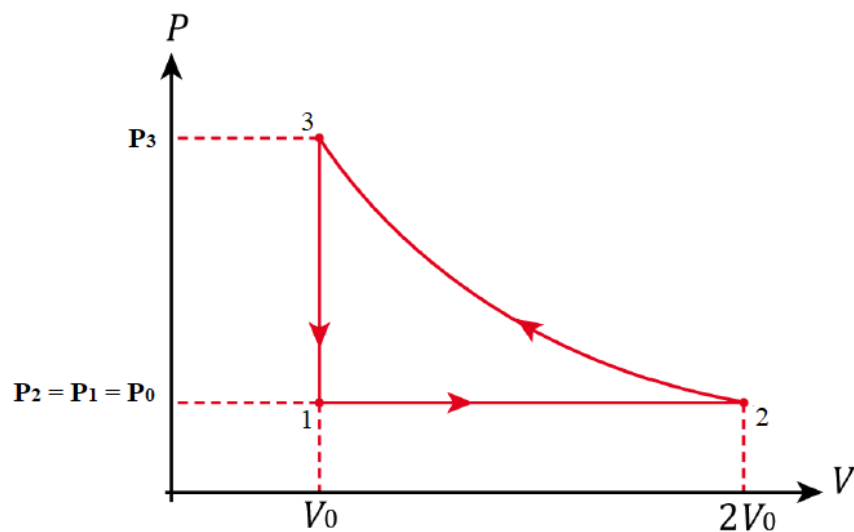


Cycle de transformation N°0031

1-) Représentation du cycle de transformations dans le diagramme de Clapeyron (P, V)

Rappel des différentes transformations :

- Chauffage isobare jusqu'au volume $2V_0$
- Compression isotherme jusqu'au volume V_0
- Refroidissement isochore qui le ramène à l'état initial



2-) Température correspondant à l'isotherme : T_2

- Considérons la transformation $1 \rightarrow 2$ et écrivons la loi des gaz parfaits entre 1 et 2 :

$$P_1 V_1 = nRT_1 \quad (1)$$

$$P_2 V_2 = nRT_2 \quad (2)$$

On fait le rapport des 2 équations :

$$\frac{P_2 V_2}{P_1 V_1} = \frac{T_2}{T_1} \rightarrow T_2 = T_1 \times \frac{P_2 V_2}{P_1 V_1}$$

$$\rightarrow T_2 = T_0 \times \frac{P_0 2V_0}{P_0 V_0}$$

$$\rightarrow T_2 = 2T_0 \quad (3)$$

3-a) Calcul de la quantité de chaleur, du travail reçus et de l'énergie interne du gaz à chaque étape du cycle :

❖ **Transformation 1 → 2 :**

- **Quantité de chaleur**

$$\delta Q = nC_{pm}dT - VdP = C_p dT = \frac{7}{2} R dT \quad \text{car transformation isobare (dP = 0)}$$

$$\rightarrow Q_{1 \rightarrow 2} = \int_1^2 \frac{7}{2} R dT = \frac{7}{2} R (T_2 - T_1) = \frac{7}{2} R (2T_0 - T_0)$$

$$\rightarrow Q_{1 \rightarrow 2} = \frac{7}{2} R T_0 \quad (4)$$

- **Travail**

$$\delta W = -P dV \rightarrow W_{1 \rightarrow 2} = \int_1^2 -P dV = -P_0 (V_2 - V_1) = -P_0 V_0 = -n R T_0$$

$$\rightarrow W_{1 \rightarrow 2} = -R T_0 \quad (5)$$

- **Energie interne**

$$dU = \delta W + \delta Q \rightarrow \int_1^2 dU = \int_1^2 \delta W + \int_1^2 \delta Q$$

$$\rightarrow U_{1 \rightarrow 2} = W_{1 \rightarrow 2} + Q_{1 \rightarrow 2}$$

$$\rightarrow U_{1 \rightarrow 2} = -R T_0 + \frac{7}{2} R T_0 = \frac{5}{2} R T_0 \quad (6)$$

❖ **Transformation 2 → 3 :**

- **Quantité de chaleur**

$$\delta Q = nC_{pm}dT - VdP = -VdP \quad \text{car isotherme}$$

$$\rightarrow \delta Q = -VdP = -n R T_2 \frac{dP}{P} = -R T_2 \frac{dP}{P}$$

$$\rightarrow Q_{2 \rightarrow 3} = \int_2^3 -R T_2 \frac{dP}{P} = -R T_2 \ln \left(\frac{P_3}{P_2} \right)$$

Or,

$$P_2 V_2 = nRT_2 \quad (7)$$

$$P_3 V_3 = nRT_3 \quad (8)$$

$$\frac{(8)}{(7)} \rightarrow \frac{P_3 V_3}{P_2 V_2} = \frac{T_3}{T_2} = 1$$

$$\rightarrow \frac{P_3}{P_2} = \frac{V_2}{V_3} = \frac{2V_0}{V_0} = 2$$

D'où,

$$Q_{2 \rightarrow 3} = -RT_2 \ln\left(\frac{P_3}{P_2}\right) = -2RT_0 \ln(2) \quad (9)$$

- **Travail**

$$\delta W = -PdV \rightarrow W_{2 \rightarrow 3} = \int_2^3 -PdV = - \int_2^3 \frac{nRT}{V} dV$$

$$\rightarrow W_{2 \rightarrow 3} = -nRT_2 \int_2^3 \frac{dV}{V} = -RT_2 \ln\left(\frac{V_3}{V_2}\right) = -RT_2 \ln\left(\frac{V_0}{2V_0}\right)$$

$$\rightarrow W_{2 \rightarrow 3} = 2RT_0 \ln(2) \quad (10)$$

- **Energie interne**

$$dU = nC_{Vm}dT \rightarrow U_{2 \rightarrow 3} = 0 \quad (11) \quad \text{Car isotherme}$$

❖ **Transformation 3 → 1 :**

- **Quantité de chaleur**

$$\delta Q = nC_{Vm}dT + PdV = nC_{Vm}dT \quad \text{Car isochore}$$

$$\rightarrow \delta Q = C_V dT$$

$$\rightarrow Q_{3 \rightarrow 1} = \int_3^1 C_V dT = C_V(T_1 - T_3) = \frac{5}{2}R(T_0 - 2T_0)$$

$$\rightarrow Q_{3 \rightarrow 1} = -\frac{5}{2}RT_0 \quad (12)$$

- **Travail**

$$\delta W = -PdV \rightarrow W_{3 \rightarrow 1} = 0 \quad (13) \quad \text{Car isochore}$$

- **Energie interne**

$$dU = \delta W + \delta Q \rightarrow \int_3^1 dU = \int_3^1 \delta W + \int_3^1 \delta Q$$

$$\rightarrow U_{3 \rightarrow 1} = W_{3 \rightarrow 1} + Q_{3 \rightarrow 1}$$

$$\rightarrow U_{3 \rightarrow 1} = -\frac{5}{2}RT_0 \quad (14)$$

4-) Bilan des 3 quantités pour le cycle.

$$Q_{totale} = Q_{1 \rightarrow 2} + Q_{2 \rightarrow 3} + Q_{3 \rightarrow 1}$$

$$\rightarrow Q_{totale} = \frac{7}{2}RT_0 - 2RT_0 \ln(2) - \frac{5}{2}RT_0$$

$$\rightarrow Q_{totale} = RT_0(1 - 2\ln(2))$$

$$W_{totale} = W_{1 \rightarrow 2} + W_{2 \rightarrow 3} + W_{3 \rightarrow 1}$$

$$\rightarrow W_{totale} = -RT_0 + 2RT_0 \ln(2) + 0$$

$$\rightarrow W_{totale} = RT_0(-1 + 2\ln(2))$$

$$U_{totale} = U_{1 \rightarrow 2} + U_{2 \rightarrow 3} + U_{3 \rightarrow 1} = Q_{totale} + W_{totale}$$

$$\rightarrow U_{totale} = 0$$