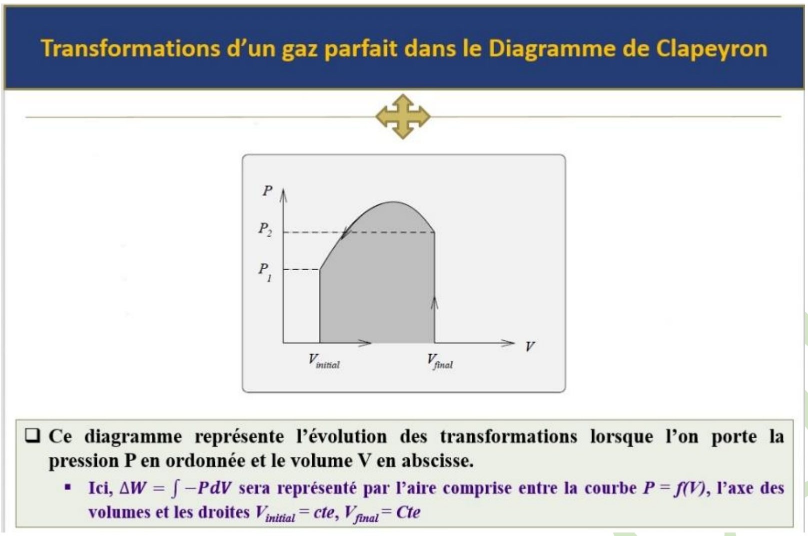
Travail des forces de pression selon la nature du gaz N°0023



1-) Expression du travail reçu par un gaz parfait

Par définition le travail s'obtient par :

$$\Delta W = \int_i^f -PdV = -\int_i^f nRT\frac{dV}{V} = -nRT_0 ln\left(\frac{V_f}{V_i}\right) \qquad (1)$$

Or pour T = Cte,

$$PV = nRT = Cte \rightarrow P_iV_i = P_fV_f \rightarrow \frac{V_f}{V_i} = \frac{P_i}{P_f} = \frac{P_0}{2P_0} = \frac{1}{2}$$

D'où,

$$(1) \rightarrow \Delta W = -nRT_0 ln\left(\frac{1}{2}\right) = nRT_0 \ln(2)$$

$$\rightarrow \boldsymbol{\Delta W = RT_0\ln(2)}$$

2-) Expression du travail reçu par un gaz de **Van der Waals**

Pour une mole (*n = 1 mol*) de gaz de **Van der Waals** :

$$\left(P + \frac{a}{V^2}\right)(V - b) = RT \rightarrow P = \frac{RT}{V - b} - \frac{a}{V^2} \qquad (2)$$

$$\rightarrow \Delta W = \int_i^f -PdV = -\int_i^f \left(\frac{RT}{V - b} - \frac{a}{V^2}\right) dV$$

$$\rightarrow \Delta W = -\int_i^f \frac{RTdV}{V - b} + \int_i^f \frac{adV}{V^2}$$

$$\rightarrow \Delta W = -\int_i^f \frac{RTd(V - \boldsymbol{b})}{V - b} + \int_i^f \frac{adV}{V^2}$$

$$\rightarrow \Delta W = -RT_0 ln\left(\frac{V_f - b}{V_i - b}\right) - a\left(\frac{1}{V_f} - \frac{1}{V_i}\right)$$

$$\rightarrow \Delta W = -RT_0 ln\left(\frac{V_0/2 - b}{V_0 - b}\right) - a\left(\frac{1}{V_0/2} - \frac{1}{V_0}\right)$$

Pour a = b = 0, on retrouve le résultat de la question (1) :

$$\rightarrow \Delta W = +RT_0 ln(2)$$

3-) Expression du travail reçu par un gaz obéissant à l'équation :

$$PV = RT(1 - a'P) \qquad (3)$$

$$(3) \rightarrow P = \frac{RT}{V + Ra'T}$$

D’où le travail s’obtient par :

$$\Delta W = -\int_i^f \frac{RTdV}{V + Ra'T}$$

$$\rightarrow \Delta W = -\int_i^f \frac{RTd(V + Ra'T)}{V + Ra'T}$$

$$\rightarrow \Delta W = -\int_i^f \frac{RT_0 d(V + Ra'T_0)}{V + Ra'T_0}$$

$$\rightarrow \Delta W = -RT_0 ln\left(\frac{V_f + Ra'T_0}{V_i + Ra'T_0}\right)$$

$$\rightarrow \boldsymbol{\Delta W = -RT_0 ln\left(\frac{V_0/2 + Ra'T_0}{V_0 + Ra'T_0}\right)}$$