# Rendement de cycle N°0029

**1-)** Expressions du travail, de la chaleur et de l'énergie interne échangés en fonction de P0 ; V0 ; T0 et T1

❖ **Transformation a) : échauffement isochore**

$$\Delta W_{01} = 0 \qquad (1)$$

$$\Delta U_{01} = \Delta Q_{01} = \int_0^1 nC_{Vm}dT = nC_{Vm}(T_1 - T_0)$$

$$\rightarrow \Delta U_{01} = \Delta Q_{01} = \frac{P_0V_0}{RT_0} \times \frac{3R}{2}(T_1 - T_0)$$

$$\rightarrow \Delta U_{01} = \Delta Q_{01} = \frac{3}{2}\frac{P_0V_0}{T_0}(T_1 - T_0) \qquad (2)$$

❖ **Transformation b) : détente adiabatique**

$$\Delta Q_{12} = 0 \qquad (3)$$

$$\Delta U_{12} = \Delta W_{12} = \int_1^2 nC_{Vm}dT = nC_{Vm}(T_2 - T_1)$$

$$\rightarrow \Delta U_{12} = \Delta W_{12} = nC_{Vm}(T_0 - T_1)$$

$$\rightarrow \Delta U_{12} = \Delta W_{12} = \frac{3}{2}\frac{P_0V_0}{T_0}(T_0 - T_1) \qquad (4)$$

❖ **Transformation c) : compression isotherme**

$$\Delta U_{20} = 0 \qquad (5)$$

$$\Delta W_{20} = -\Delta Q_{20} = \int_2^0 -PdV = \int_2^0 -nRT_0\frac{dV}{V}$$

$$\rightarrow \Delta W_{20} = -\Delta Q_{20} = -nRT_0 ln\left(\frac{V_0}{V_2}\right)$$

Or entre 1 et 2 on a un processus adiabatique, ainsi on peut faire appel aux lois de Laplace :

$$TV^{\gamma-1} = Cte \rightarrow T_1V_1^{\gamma-1} = T_2V_2^{\gamma-1}$$

$$\rightarrow \left(\frac{V_2}{V_1}\right)^{\gamma-1} = \frac{T_1}{T_2}$$

$$\rightarrow \frac{V_2}{V_0} = \left(\frac{T_1}{T_0}\right)^{\frac{1}{\gamma-1}}$$

D'où,

$$\rightarrow \Delta W_{20} = -\Delta Q_{20} = +nRT_0 ln\left[\left(\frac{T_1}{T_0}\right)^{\frac{1}{\gamma-1}}\right]$$

$$\rightarrow \Delta W_{20} = -\Delta Q_{20} = +\frac{P_0V_0}{RT_0} \times RT_0 \times \frac{1}{\gamma-1} ln\left[\frac{T_1}{T_0}\right]$$

$$\rightarrow \Delta W_{20} = -\Delta Q_{20} = \frac{P_0V_0}{\gamma-1} ln\left[\frac{T_1}{T_0}\right]$$

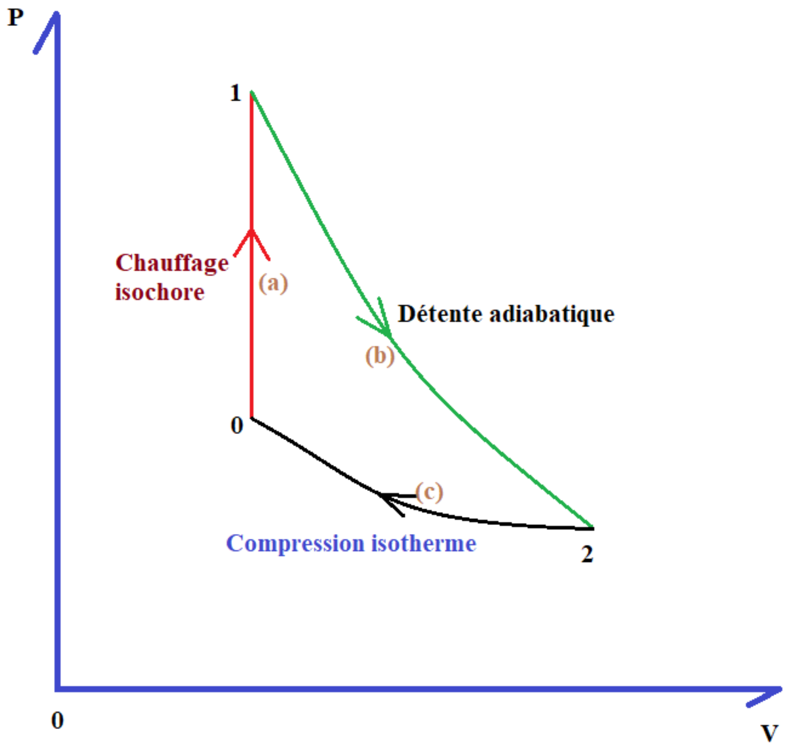
Or, $\gamma = 5/3$

$$\rightarrow \boldsymbol{\Delta W_{20} = -\Delta Q_{20} = \frac{3}{2}P_0V_0 ln\left[\frac{T_1}{T_0}\right]} \qquad \textbf{(6)}$$

*Tab.01 : Synthèse des résultats*

| Transformations | Travail échangé (W) | Chaleur échangée (Q) | Energie interne (U) |
|---|---|---|---|
| **a** | **0** | $\frac{3}{2}\frac{P_0V_0}{T_0}(T_1 - T_0)$ | $\frac{3}{2}\frac{P_0V_0}{T_0}(T_1 - T_0)$ |
| **b** | $\frac{3}{2}\frac{P_0V_0}{T_0}(T_0 - T_1)$ | **0** | $\frac{3}{2}\frac{P_0V_0}{T_0}(T_0 - T_1)$ |
| **c** | $\frac{3}{2}P_0V_0 ln\left[\frac{T_1}{T_0}\right]$ | $-\frac{3}{2}P_0V_0 ln\left[\frac{T_1}{T_0}\right]$ | **0** |

**2-)** Représentation du cycle en coordonnées de **Clapeyron (P,V)**




**3-)** Rendement du cycle

$$\eta_{cycle} = \frac{-\boldsymbol{W_{cycle}}}{\Delta \boldsymbol{Q_{01}}} = \frac{-[\Delta W_{01} + \Delta W_{12} + \Delta W_{20}]}{\Delta \boldsymbol{Q_{01}}} = \frac{+[\Delta Q_{01} + \Delta Q_{12} + \Delta Q_{20}]}{\Delta \boldsymbol{Q_{01}}}$$

$$\rightarrow \eta_{cycle} = \frac{\Delta Q_{01} + \Delta Q_{20}}{\Delta \boldsymbol{Q_{01}}} = \boldsymbol{1} + \frac{\Delta Q_{20}}{\Delta \boldsymbol{Q_{01}}}$$

$$\rightarrow \eta_{cycle} = \boldsymbol{1} - \frac{\frac{3}{2} P_0 V_0 ln\left[\frac{T_1}{T_0}\right]}{\frac{3}{2}\frac{P_0 V_0}{T_0}(T_1 - T_0)}$$

$$\rightarrow \eta_{cycle} = 1 - \frac{\boldsymbol{T_0 ln\left[\frac{T_1}{T_0}\right]}}{\boldsymbol{(T_1 - T_0)}} \qquad (7)$$

$$\rightarrow \eta_{cycle} = 1 - \frac{350 \times ln\left[\frac{600}{350}\right]}{(600-350)} = 24,5\%$$