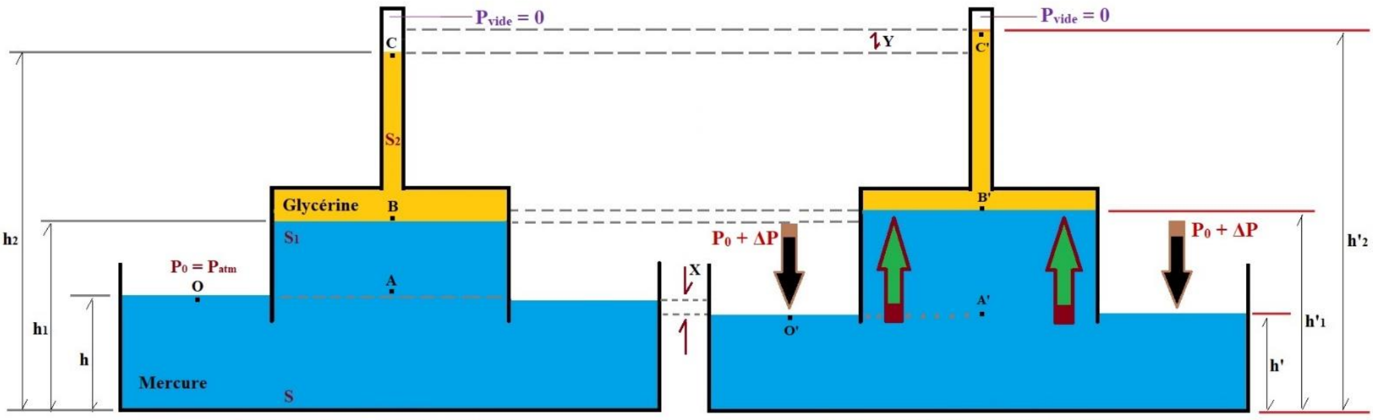
Baromètre de Huygens N°0009



Baromètre à Mercure/Glycérine de Huygens Etat 1

Baromètre à Mercure/Glycérine de Huygens Etat 2

1-) Relation entre P_0, h_1, h_2 et les masses volumiques des fluides

- On applique la RFH entre A, B et C (Etat 1) :

$$P_A - P_B = \rho_{Hg} g (Z_B - Z_A) = \rho_{Hg} g (h_1 - h) \qquad (1)$$

$$P_B - P_C = \rho g (Z_C - Z_B) = \rho g (h_2 - h_1) \qquad (2)$$

La somme membre à membre des 2 équations conduit à :

$$P_A - P_C = \rho_{Hg} g (h_1 - h) + \rho g (h_2 - h_1)$$

$$\rightarrow \boldsymbol{P_0 = \rho_{Hg} g (h_1 - h) + \rho g (h_2 - h_1)} \qquad (3)$$

2-) Expression de la perte de charge ΔP en Pascal

x est homogène à un déplacement (**m**). Ainsi pour passer des **mètres** aux **Pascal**, il faut juste multiplier le déplacement **x** par la **masse volumique** et la **gravité**, ce qui donne :

$$\boldsymbol{\Delta P = \rho_{Hg} g x} \qquad (4)$$

3-) Expression du rapport $\boldsymbol{\frac{y}{x}}$

❖ En appliquant le même raisonnement qu'à la question 1, la RFH entre A', B' et C' (Etat 2) conduit à :

$$P_{A'} - P_{B'} = \rho_{Hg} g(Z_{B'} - Z_{A'}) = \rho_{Hg} g(h'_1 - h') \qquad (5)$$

$$P_{B'} - P_{C'} = \rho g(Z_{C'} - Z_{B'}) = \rho g(h'_2 - h'_1) \qquad (6)$$

La somme membre à membre des 2 équations donne :

$$P_{A'} - P_{C'} = \rho_{Hg} g(h'_1 - h') + \rho g(h'_2 - h'_1)$$

$$\rightarrow \boldsymbol{P_0 + \Delta P = \rho_{Hg} g(h'_1 - h') + \rho g(h'_2 - h'_1)} \qquad (7)$$

La différence entre les équations (7) et (3) conduit à :

$$\boldsymbol{\Delta P = \rho_{Hg} g[(h'_1 - h_1) + (h - h')] + \rho g[(h'_2 - h_2) + (h_1 - h'_1)]} \qquad \mathbf{(8)}$$

❖ On détermine maintenant les volumes déplacés lors du passage de **l'Etat 1** à l'**Etat 2**, avec comme hypothèse : ***Vcuve*** >>> ***Vrenflement***.

- Dans la cuve

$$\boldsymbol{V = (h - h')S} \qquad \mathbf{(9)}$$

- Dans le renflement (surface S_1)

$$\boldsymbol{V_1 = (h'_1 - h_1)S_1} \qquad \mathbf{(10)}$$

- Dans le tube (surface S_2)

$$\boldsymbol{V_2 = (h'_2 - h_2)S_2} \qquad \mathbf{(11)}$$

Par ailleurs la conservation du volume impose : **$V = V_1 = V_2$** d'où :

$$V_1 = V_2 \rightarrow (h'_1 - h_1)S_1 = (h'_2 - h_2)S_2$$

$$\rightarrow \boldsymbol{h'_1 - h_1 = (h'_2 - h_2)\frac{S_2}{S_1}} \qquad \mathbf{(12)}$$

$$V = V_2 \rightarrow (h - h')S = (h'_2 - h_2)S_2$$

$$\rightarrow \boldsymbol{h - h' = (h'_2 - h_2)\frac{S_2}{S}} \qquad \mathbf{(13)}$$

On substitue les équations (12) et (13) dans (8) d'où :

$$\Delta P = \rho_{Hg} g \left[(h_2' - h_2) \frac{S_2}{S_1} + (h_2' - h_2) \frac{S_2}{S} \right] + \rho g \left[(h_2' - h_2) - (h_2' - h_2) \frac{S_2}{S_1} \right]$$

$$\rightarrow \Delta P = \rho_{Hg} g (h_2' - h_2) \left[\frac{S_2}{S_1} + \frac{S_2}{S} \right] + \rho g (h_2' - h_2) \left[1 - \frac{S_2}{S_1} \right]$$

$$\rightarrow \boldsymbol{\Delta P = g(h_2' - h_2) \left[\rho_{Hg} \left(\frac{S_2}{S_1} + \frac{S_2}{S} \right) + \rho \left(1 - \frac{S_2}{S_1} \right) \right]} \qquad (14)$$

Or,

$$\Delta P = \rho_{Hg} g x \qquad et \ \ \Delta h_2 = h_2' - h_2 = y$$

D'où,

$$(14) \rightarrow \rho_{Hg} g x = g y \left[\rho_{Hg} \left(\frac{S_2}{S_1} + \frac{S_2}{S} \right) + \rho \left(1 - \frac{S_2}{S_1} \right) \right]$$

$$\rightarrow \boldsymbol{\frac{y}{x} = \frac{1}{\left[\left(\frac{S_2}{S_1} + \frac{S_2}{S} \right) + \frac{\rho}{\rho_{Hg}} \left(1 - \frac{S_2}{S_1} \right) \right]}}$$

Ainsi le rapport entre les déplacements de glycérine et du mercure dépend uniquement des propriétés physiques des deux fluides (rapport des masses volumiques) et des propriétés géométriques du baromètre (rapport des sections).

4-) Application numérique

$$\boldsymbol{\frac{y}{x} = \frac{1}{\left[\left(\frac{S_2}{S_1} + \frac{S_2}{S} \right) + \frac{\rho_{gly}}{\rho_{Hg}} \left(1 - \frac{S_2}{S_1} \right) \right]} = 8,47}$$