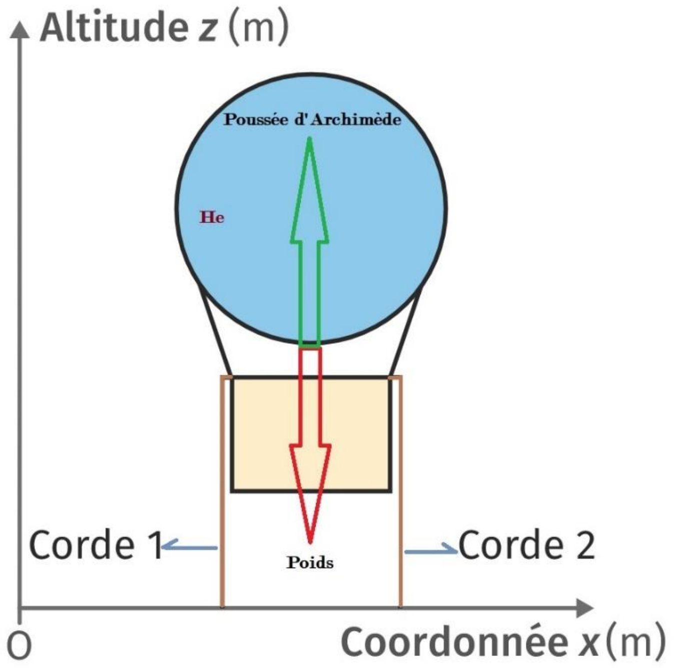
Ascension d'un ballon gonflé à l'hélium N°0010



1-) Masse volumique d'hélium au niveau du sol

On part de l'équation régissant les gaz parfaits :

$$PV = nRT \rightarrow PV = \frac{m}{M}RT$$

$$\rightarrow P = \frac{\rho RT}{M}$$

$$\rightarrow \boldsymbol{\rho_0} = \frac{\boldsymbol{M_{He}P_0}}{\boldsymbol{RT_0}}$$

$$\rightarrow \boldsymbol{\rho_0} = \frac{\boldsymbol{M_{He}P_0}}{\boldsymbol{RT_0}} \qquad (1)$$

$$\rightarrow \boldsymbol{\rho_0} = \frac{4 \times 1.10^5}{8{,}314 \times (273 + 20)} = \boldsymbol{164,3\ g.m^{-3}}$$

2-) Evolution de la pression de l'air en fonction de l'altitude

Faisant appel à l'équation différentielle trouvée à la question **1** de l'exercice **N°0002** :

$$\boldsymbol{\frac{dP}{dz} = -\rho g} \qquad (\mathbf{2})$$

$$\rightarrow \frac{dP}{dz} = -\frac{M_{air}P}{RT}g$$

$$\rightarrow \frac{dP}{P} = -\frac{M_{air}g}{RT}dz$$

$$\rightarrow \frac{dP}{P} = -\frac{M_{air}g}{RT_0}\frac{dz}{(1-az)}$$

$$\rightarrow \frac{dP}{P} = +\frac{M_{air}g}{RT_0}\frac{d(1-az)}{a(1-az)}$$

$$\rightarrow \frac{dP}{P} = +K\frac{d(1-az)}{(1-az)}$$

$$\rightarrow \int_{P_0}^{P}\frac{dP}{P} = +K\int_{Z_0}^{Z}\frac{d(1-az)}{(1-az)}$$

$$\rightarrow ln\left(\frac{P}{P_0}\right) = +Kln\left(\frac{1-az}{1-az_0}\right), \quad \text{Avec } z_0 = 0$$

$$\rightarrow \boldsymbol{P(z) = P_0(1-az)^K} \qquad (\mathbf{3})$$

3-) Masse volumique de l'air en fonction de l'altitude

On part de l'équation 1 :

$$(1) \;\rightarrow\rightarrow\quad \rho(z) = \frac{M_{air}P(z)}{RT(z)}$$

$$\rightarrow\quad \rho(z) = \frac{M_{air}P_0(1-az)^K}{RT_0(1-az)}$$

$$\rightarrow\quad \boldsymbol{\rho(z) = \frac{M_{air}P_0}{RT_0}\,(1-az)^{K-1}} \qquad (4)$$

4-) Altitude à laquelle s'élève le ballon d'hélium

On applique la relation fondamentale de la dynamique, sur le ballon à l'équilibre à une altitude z :

$$\sum \vec{Forces} = m\vec{\gamma} = \vec{0} \qquad (5)$$

❖ **Bilan des forces :**

- Poids de l'équipement : $-(m + m_{H_e})g$
- Poussée d'Archimède (Poids de l'air déplacé par le ballon) : $+m_{air}g = +\rho_{air}Vg$

$$(5) \rightarrow (m + m_{H_e})g = \rho_{air}Vg$$

$$\rightarrow \left[m + n_{H_e}M_{H_e}\right] = \frac{M_{air}P_0}{RT_0}\,(1-az)^{K-1} \times V$$

Or $n_{H_e} = \frac{P_0V}{RT_0}$

$$\rightarrow \left[m + \frac{P_0V}{RT_0}M_{H_e}\right] = \frac{M_{air}P_0}{RT_0}\,(1-az)^{K-1} \times V$$

$$\rightarrow \frac{RT_0}{M_{air}P_0V}\left[m + \frac{P_0V}{RT_0}M_{H_e}\right] = (1-az)^{K-1}$$

$$\rightarrow \left[\frac{RT_0 m}{M_{air} P_0 V} + \frac{M_{H_e}}{M_{air}}\right] = (1 - az)^{K-1}$$

$$\rightarrow \boldsymbol{z = \frac{1}{a}\left[1 - \left(\frac{RT_0 m}{M_{air} P_0 V} + \frac{M_{H_e}}{M_{air}}\right)^{\frac{1}{K-1}}\right] = 3581\, m}$$