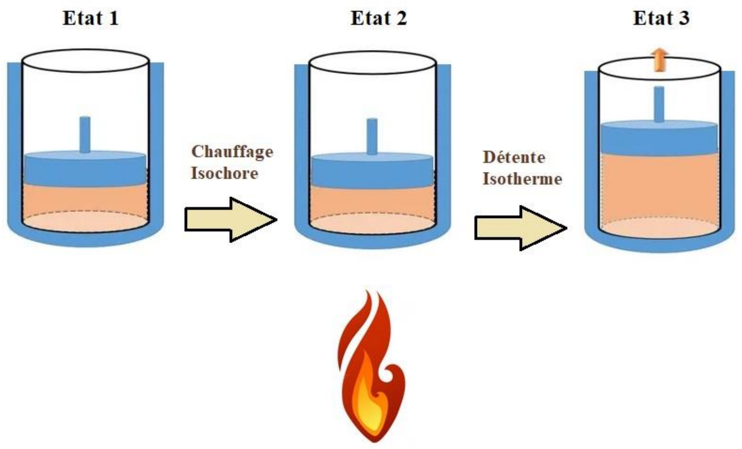
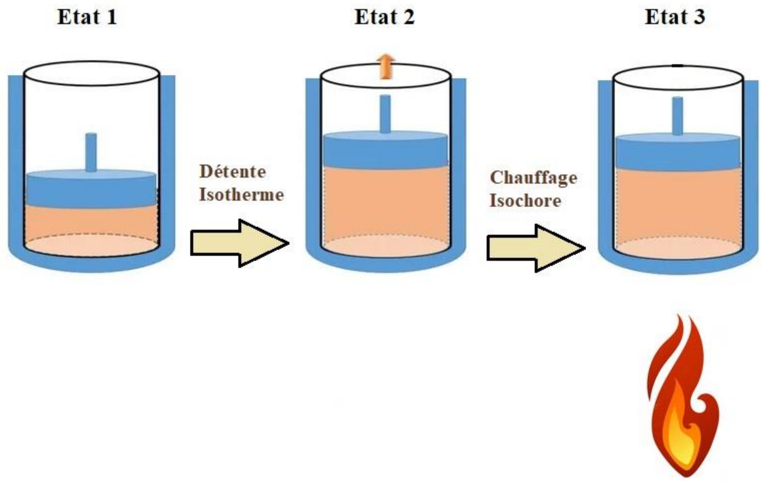
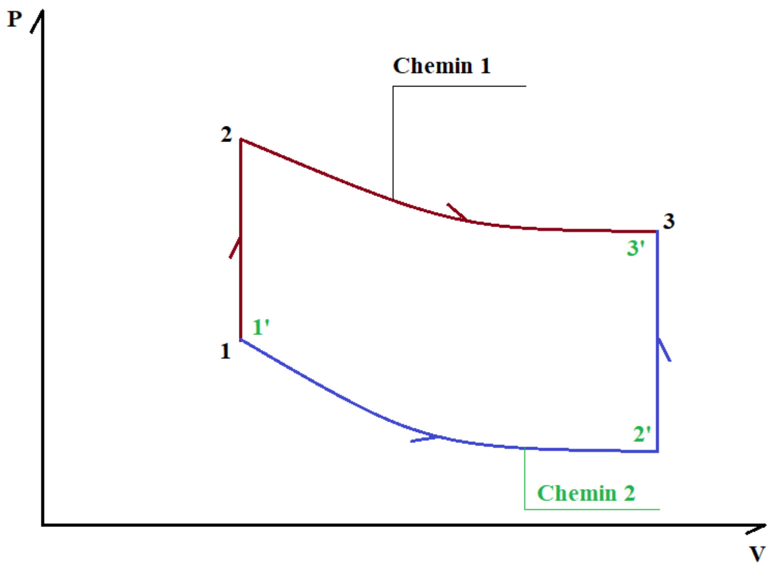
## Détente d'un gaz parfait suivant 2 chemins N°0170




### *1-)* Représentation des transformations (Chemin1 & Chemin2), dans un diagramme de Clapeyron



**2-) Expressions du travail W123, de la quantité de chaleur Q123 et de l'énergie interne U123, échangés par le gaz au cours du chemin1**

- **Chemin 1 - Travail W123 :**

$$\boldsymbol{W_{123} = \int_1^2 \delta W + \int_2^3 \delta W}$$

$$\rightarrow W_{123} = 0 + \int_2^3 \delta W$$

$$\rightarrow W_{123} = \int_2^3 -PdV$$

$$\rightarrow W_{123} = \int_2^3 -nRT\frac{dV}{V}$$

$$\rightarrow W_{123} = -nRT_2 ln\left(\frac{V_3}{V_2}\right)$$

$$\rightarrow W_{123} = -0{,}5 \times 8{,}314 \times 350 \times ln\left(\frac{20}{5}\right)$$

$$\rightarrow \boldsymbol{W_{123} = -2016{,}98\, J}$$

- **Chemin 1 - Quantité de chaleur Q123 :**

$$\boldsymbol{Q_{123} = \int_1^2 \delta Q + \int_2^3 \delta Q}$$

$$\rightarrow Q_{123} = \int_1^2 (C_V dT + PdV) + \int_2^3 (C_V dT + PdV)$$

$$\rightarrow Q_{123} = \int_1^2 (C_V dT + 0) + \int_2^3 (0 + PdV)$$

$$\rightarrow Q_{123} = \int_1^2 C_V dT + \int_2^3 PdV$$

$$\rightarrow Q_{123} = \int_1^2 C_V dT + \int_2^3 nRT\frac{dV}{V}$$

$$\rightarrow Q_{123} = C_V(T_2 - T_1) + nRT_2 ln\left(\frac{V_3}{V_2}\right)$$

$$\rightarrow Q_{123} = \frac{nR}{\gamma - 1}(T_2 - T_1) + nRT_2 ln\left(\frac{V_3}{V_2}\right)$$

$$\rightarrow Q_{123} = \frac{0,5 \times 8,314}{1,4 - 1}(350 - 287) + 0,5 \times 8,314 \times 350 \times ln\left(\frac{20}{5}\right)$$

$$\rightarrow \boldsymbol{Q_{123} = 2671,72\ J}$$

❖ **Chemin 1 - Energie interne U123 :**

$$\rightarrow \boldsymbol{U_{123} = W_{123} + Q_{123} = 654,73\ J}$$

***3-)*** **Expressions du travail W123, de la quantité de chaleur Q123 et de l'énergie interne U123, échangés par le gaz au cours du chemin2**

❖ **Chemin 2 - Travail W123 :**

$$\boldsymbol{W_{123} = \int_1^2 \delta W + \int_2^3 \delta W}$$

$$\rightarrow W_{123} = \int_1^2 \delta W + 0$$

$$\rightarrow W_{123} = \int_1^2 -PdV$$

$$\rightarrow W_{123} = \int_1^2 -nRT\frac{dV}{V}$$

$$\rightarrow W_{123} = -nRT_1 ln\left(\frac{V_2}{V_1}\right)$$

$$\rightarrow W_{123} = -0,5 \times 8,314 \times 287 \times ln\left(\frac{20}{5}\right)$$

$$\rightarrow \boldsymbol{W_{123} = -1653,93\ J}$$

❖ **Chemin 2 - Quantité de chaleur Q123 :**

$$\boldsymbol{Q_{123} = \int_1^2 \delta Q + \int_2^3 \delta Q}$$

$$\rightarrow Q_{123} = \int_1^2 (C_V dT + PdV) + \int_2^3 (C_V dT + PdV)$$

$$\rightarrow Q_{123} = \int_1^2 (0 + PdV) + \int_2^3 (C_V dT + 0)$$

$$\rightarrow Q_{123} = \int_1^2 PdV + \int_2^3 C_V dT$$

$$\rightarrow Q_{123} = \int_1^2 nRT \frac{dV}{V} + \int_2^3 \frac{nR}{\gamma - 1} dT$$

$$\rightarrow Q_{123} = nRT_1 ln\left(\frac{V_2}{V_1}\right) + \frac{nR}{\gamma - 1}(T_3 - T_2)$$

$$\rightarrow Q_{123} = 0{,}5 \times 8{,}314 \times 287 \times ln\left(\frac{20}{5}\right) + \frac{0{,}5 \times 8{,}314}{1{,}4 - 1}(350 - 287)$$

$$\rightarrow \boldsymbol{Q_{123} = 2308,66\,J}$$

❖ **Chemin 2 - - Energie interne U123 :**

$$\rightarrow \boldsymbol{U_{123} = W_{123} + Q_{123} = 654,73\,J}$$

## *4-)* Comparaison et commentaire

*Tableau de synthèse*

| | Chemin 1 | Chemin 2 | Observations |
|---|---|---|---|
| $\boldsymbol{W_{123}}$ | $\boldsymbol{-2016,98\,J}$ | $\boldsymbol{-1653,93\,J}$ | **Différent** |
| $\boldsymbol{Q_{123}}$ | $\boldsymbol{2671,72\,J}$ | $\boldsymbol{2308,66\,J}$ | **Différent** |
| $\boldsymbol{U_{123}}$ | $\boldsymbol{654,73\,J}$ | $\boldsymbol{654,73\,J}$ | **Identique** |

Le travail et la quantité de chaleur étant différents pour les chemins 1 et 2, on peut conclure que ces deux grandeurs dépendent du chemin suivi. **Cependant, la variation d'énergie interne reste inchangée quelque soit le chemin. Ainsi, seule l'énergie interne est une fonction d'état.**